

Codes cycliques

Exercice 1

Soit \mathcal{C} le code cyclique binaire de longueur 7, de polynôme générateur $g(x) = 1 + x + x^3$. Donner la matrice génératrice de ce code sous forme systématique. Construire les mots de ce code et en déduire $d(\mathcal{C})$.

Exercice 2

Montrer que $g(x) = 1 + x + x^3 + x^7 + x^{15}$ engendre un code cyclique de dimension 16 et de longueur 31.

Exercice 3

Montrer que $m(x) = 1 + x + x^6 + x^{11} + x^{12}$ est un mot d'un code cyclique de dimension 21 et de longueur 31.

Exercice 4

Soit \mathcal{C} un code cyclique binaire de longueur 7 dont le polynôme générateur est $g(x) = 1 + x + x^3$. Calculer le polynôme de contrôle de \mathcal{C} et en déduire une matrice de contrôle.

Exercice 5

Soit \mathcal{C} le code engendré par $1 + x$ dans $\mathbf{F}_2[x]/\langle x^3 - 1 \rangle$. Montrer que $1 + x^2$ engendre le même code \mathcal{C} .

Exercice 6

Trouver le polynôme générateur du code cyclique binaire

$$\mathcal{C} = \{0, 1 + x^2, x + x^3, 1 + x + x^2 + x^3\}.$$

Exercice 7

Déterminer tous les codes binaires cycliques de longueur 4.

Exercice 8

Déterminer tous les codes binaires cycliques de longueur 5.

Exercice 9

Soit \mathcal{C} un code binaire cyclique de longueur n et de polynôme générateur $(1 + x)$. Montrer que les mots de ce code sont de poids pair.